×I48×

ECOLE NAVALE

Concours 1977

Deuxième composition de mathématiques

Option M

Les deux exercices sont indépendants

Premier exercice :

L'espace dans lequel on travaille est rapporté au repère cartésien orthonormé direct $(e) = (O, \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$.

On envisage une courbe (C) tracée sur la surface de révolution (S), d'équation :

$$\forall M \in (C) : \overrightarrow{OM} = x\vec{e_1} + y\vec{e_2} + z\vec{e_3}$$

et, puisque (C) est tracée sur (S),

$$x^2 + y^2 = 2az \quad (a = \text{constante} \in \mathbb{R}^{*+});$$

soit encore, en utilisant les coordonnées cylindriques :

$$x = \rho \cos\theta \ , \ y = \rho \sin\theta \ , \ z = \frac{1}{2a}\rho^2;$$

et, pour marquer que $M \in (C)$, on pose ρ fonction dérivable de θ.

1° Déterminer la courbe (C) contenant le point M_0 de coordonnées $-2a \sin\alpha$, 0, $2a \sin^2\alpha$, telle que les tangentes en tous ses points, rencontrent la droite (D) définie par :

$$z = 0, \quad y = x \operatorname{tg}\alpha,$$

α étant une constante réelle fixée.

Montrer que (C) est plane, et caractériser la projection orthogonale de (C) sur le plan $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$. En déduire la nature de (C), ainsi que la valeur de l'aire limitée par (C). En déduire que (C) peut être définie comme étant l'intersection de (S) avec une autre surface (Σ) dont l'axe de révolution est parallèle à $(O, \vec{e_3})$.

2° On impose maintenant $\alpha = \frac{\pi}{2}$; préciser les équations paramétriques de (C), ainsi que l'équation définissant (Σ). On suppose que (Σ) est une surface homogène, déterminer les coordonnées du centre d'inertie G, de la portion de surface de (Σ) située entre le plan contenant (C) et le plan $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$.

Deuxième exercice :

Dans l'espace affine euclidien, rapporté au repère cartésien orthonormé direct $(e) = (O, \vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$, on donne, d'une part, un torseur $(\mathcal{S})$ dont les éléments de réduction en O sont : la résultante de $(\mathcal{S})$, notée $\vec{R}(\mathcal{S}) = k^2\vec{e_1} + \vec{e_2} + 2\vec{e_3}$ (k étant un paramètre réel), et le moment en O de $(\mathcal{S})$, noté $\vec{\mathcal{M}}(O, \mathcal{S}) = a(\vec{e_1} + 2\vec{e_2} + \vec{e_3})$ (a étant une constante réelle fixée, non nulle). D'autre part, on envisage la courbe (C), ensemble des points M de coordonnées x, y et z, tels que :

$$y = a \quad , \quad z = x \sin x.$$

1° En tout point M de (C), on peut définir une tangente (T), dont le vecteur directeur est (par exemple), $\vec{t} = \frac{\overrightarrow{dOM}}{dx}$. Déterminer le glisseur $(\mathcal{T})$ ayant pour axe la tangente (T) en M à (C), et $\vec{t}$ pour résultante.

Calculer la valeur du comoment $\mathcal{A}$ des torseurs $(\mathcal{S})$ et $(\mathcal{T})$.

2° Une tangente (T) est dite tangente de moment nul pour $(\mathcal{S})$ lorsque $\mathcal{A} = 0$. Déterminer les coordonnées du point P, point d'intersection de toutes les tangentes de moment nul pour $(\mathcal{S})$. Quel est l'ensemble décrit par P lorsque k parcourt $\mathbb{R}$?

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail